Übungen zur Vorlesung „Ozeandynamik”

Ausgabe: 03. November 2009, Abgabe: 10. November 2009

1. Betrachte die zonale Geschwindigkeit $u = 20\,\mathrm{m/s}$ im Strahlstrom der Atmosphäre (subtropischen Jet-Streams bei 30°N im Winter). Die x-Komponente der Reibungskraft per Einheitsmasse ist
$$F_x = \nu \nabla^2 u \quad ,$$
wobei ν der kinematische Viskositätskoeffizient ist ($\nu = 1.34 \cdot 10^{-5}\mathrm{m^2/s}$) und $\nabla^2 \equiv \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$. Vergleiche die Größenordnung dieser ostwärts gerichteten Kraft mit der nordwärts oder südwärts gerichteten Coriolis-Kraft und zeige, dass die Reibungskraft vernachlässigbar ist. (10° Breite $\simeq$ 1100km; Jet-Stream ist auf einer Höhe von etwa 10km. Berechnung der Größenordnung! Geht die Geschwindigkeit u in die Berechnung ein?)

2. Benutze ausschließlich die Gleichung des hydrostatischen Gleichgewichts und die Bewegungsgleichung im rotierten Bezugssystem, um zu zeigen, dass eine Flüssigkeit nicht bewegungslos sein kann, es sei denn das ihre Dichte horizontal einheitlich ist. (Annahme, dass eine bewegungslose Flüssigkeit keinen Reibungskräften unterliegt.)

3. Ein Fußballspieler schießt einen Fußball 60m weit über ein Feld welches sich bei 45°N befindet. Wir nehmen an, der Ball bewegt sich, bis er gehalten wird, mit einer konstanten Geschwindigkeit von $15\,\mathrm{m/s}$ vorwärts (horizontale Komponente). Bestimme die seitliche Ablenkung des Balls von einer geraden Linie aufgrund des Coriolis-Effekts. (Vernachlässige Reibung und jegliche Einflüsse von Wind oder Aerodynamik.)

4. Die Bewegungsgleichung für den zwei dimensionalen, reibungsfreien ($F = 0$) Fluss eines homogenen Fluids der Dichte ρ_{ref} lautet
$$\frac{du}{dt} + \frac{1}{\rho_{ref}}\frac{\partial p}{\partial x} - fv = 0$$
$$\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\rho_{ref}}\frac{\partial p}{\partial y} + fu = 0 \quad ,$$
mit $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u\frac{\partial}{\partial x} + v\frac{\partial}{\partial y}$ und der Kontinuitätsgleichung
$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad .$$
   (a) Durch Eliminierung des Druckgradienten Terms in beiden Bewegungsgleichungen und unter Verwendung der Kontinuitätsgleichung zeige, dass die Größe $\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} + f\right)$ unter Verwendung des Ausdrucks
$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} + f\right) = 0$$
eine Erhaltungsgröße ist.

(b) Zeige durch berechnen der Zirkulation (dem Linienintegral von u $= (u, v)$ über das rechteckige Element in der $(x,\, y)$-Ebene), dass gilt

$$\frac{\text{Zirkulation}}{\text{eingeschlossene Fläche}} = \text{gemittelte normalen Komponeten der Vorticity}$$